

# MECCANICA DEL VOLO SPAZIALE 2

Anno 2002/2003

PROGETTO n.1928

di

Andrea Bareggi

## INTRODUZIONE

Lo scopo del lavoro che segue è quello di simulare la dinamica dell'assetto di un veicolo spaziale tenendo conto dei fattori che lo influenzano maggiormente.

Essendo un progetto puramente didattico non si è studiata la realizzabilità ai fini pratici della missione, anche se è possibile trovare in bibliografia parecchie missioni simili già effettuate.

La simulazione viene effettuata al calcolatore attraverso un modello in Simulink supportato da alcune funzioni Matlab. Simulink integra le equazioni impiegando con il metodo ODE45 con tolleranza  $1e-4$ . Con tolleranze minori la simulazione richiede un tempo di calcolo di diverse ore.

Con tolleranze inferiori a  $1e-7$  incorrono problemi di integrazione. Per maggiori dettagli sulle condizioni iniziali vedere il file iniz.m. I grafici riportano i risultati trovati con 3 simulazioni: una effettuata in condizioni ideali, cioè senza disturbi; una disturbata ma con sistema di controllo inattivo, un'altra con disturbi e sistema di controllo attivo. Tutti i grafici sono in funzione del tempo, con tempo di simulazione 38398 secondi, durata del trasferimento all'orbita geostazionaria a partire da un'orbita iniziale a quota 500 km dalla superficie terrestre

## SPECIFICHE

- Satellite a puntamento inerziale
- Orbita GTO
- Parametrizzazione d'assetto con angoli di Eulero (231)
- Sensori giroscopici
- attuatori magnetici, 1 ruota d'inerzia

## CARATTERISTICHE GEOMETRICHE

Per quanto riguarda le caratteristiche geometriche, esse sono state scelte basandosi su alcuni satelliti già esistenti, ma senza sceglierne uno in particolare perché non è stata trovata una missione con le specifiche riportate al punto le quali non sono state volutamente modificate sebbene esse possano venir motivate più da scelte didattiche che non di pratica realizzazione di missione.

La forma del satellite è cilindrica con i solar array, per la generazione di potenza, sull'intera faccia laterale. Le dimensioni, la massa, i momenti principali d'inerzia sono rispettivamente:

- $h = 3.7$  m
- $r = 0.6$  m
- $m = 831$  kg
- $I_u = I_v = 1022.8225$  kg\*m<sup>2</sup>
- $I_w = 229.16$  kg\*m<sup>2</sup>

Per maggiori informazioni riferirsi al file iniz.m presente in appendice

## SISTEMI DI RIFERIMENTO

Sono stati scelti due sistemi di riferimento, entrambe ortonormali e destrorsi: uno solidale con il satellite e principale d'inerzia, l'altro solidale con la Terra ed inerziale.

Il sistema di riferimento principale d'inerzia (u,v,w), che nel seguito verrà talvolta chiamato locale, prevede un sistema di tre assi ortonormali tra loro con origine nel centro geometrico del satellite. In particolare:

- w diretto come l'asse di simmetria del satellite
- u,v giacenti nel piano perpendicolare all'asse w

Il sistema di riferimento inerziale (x,y,z), che nel seguito verrà talvolta chiamato terrestre, prevede un sistema di tre assi ortonormali tra loro con origine nel centro della Terra. In particolare:

- x giacente nel piano orbitale diretto come la radiale
- y giacente nel piano orbitale diretto in senso opposto al punto d'Ariete
- z perpendicolare al piano orbitale

Per lo studio della dinamica e la descrizione cinematica del satellite le specifiche richiedevano una parametrizzazione con angoli di Eulero (231) grazie alla quale si può passare da un sistema di riferimento ad un altro. L'intero lavoro è stato svolto considerando i due sistemi di riferimento suddetti diversi tra di loro. Pertanto si è sempre ragionato come se u,v,w e x,y,z fossero ruotati tra di loro di tre angoli phi, theta, psi. Tuttavia poiché si è notato che considerare anche uno solo dei tre angoli diverso da zero comportava dei significativi rallentamenti durante le simulazioni, si è preferito scegliere gli angoli suddetti nulli. Il modello rimane in ogni caso valido e applicabile ad una qualunque altra situazione sostituendo semplicemente nel file contenente i dati iniziali un diverso valore di phi0, theta0, psi0.

## DINAMICA

Per lo studio della dinamica del satellite lo si considera come un corpo rigido di densità omogenea su tutto il volume. Per un generico corpo rigido si può scrivere il vettore momento angolare (o momento della quantità di moto)  $\bar{h}$ :

$$\bar{h} = I\bar{\omega}$$

dove I è la matrice d'inerzia così definita:

$$I = \begin{bmatrix} \int y^2 + z^2 & -\int xy & -\int xz \\ -\int xy & \int x^2 + z^2 & -\int yz \\ -\int xz & -\int yz & \int x^2 + y^2 \end{bmatrix}$$

e  $\bar{\omega} = \{w_x \quad w_y \quad w_z\}^T$  è il vettore velocità angolare.

Sotto l'ipotesi di assi principali d'inerzia la matrice  $I$  si semplifica in quanto i prodotti d'inerzia sopra e sotto la diagonale si annullano, così si ottiene:

$$I = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}$$

In questo caso il momento angolare diventa:

$$\bar{h} = \{I_x \mathbf{w}_x \quad I_y \mathbf{w}_y \quad I_z \mathbf{w}_z\}^T \quad (1)$$

L'energia cinetica rotazionale è data da:

$$2T_{rot} = \bar{\mathbf{w}} \cdot I \bar{\mathbf{w}} = \bar{\mathbf{w}} \cdot \bar{h} = I_x \mathbf{w}_x^2 + I_y \mathbf{w}_y^2 + I_z \mathbf{w}_z^2$$

Per ricavare le equazioni in un sistema di riferimento inerziale si scrive:

$$\frac{d\bar{h}}{dt} = \bar{M}$$

Nel nostro caso il sistema di riferimento è mobile e quindi occorre scrivere:

$$\frac{d\bar{h}}{dt} + \bar{\mathbf{w}} \wedge \bar{h} = \bar{M}$$

Dove  $\bar{M}$  sono i momenti applicati al satellite. Nel programma di simulazione verrà verificato che ponendo  $\bar{M}$  uguale a zero l'energia cinetica  $T$  ed il modulo di  $h$  si conservano.

Sotto le ipotesi viste, sostituendo ad  $\bar{h}$  la (1) si ottengono infine le equazioni di Eulero:

$$\begin{cases} I_x \dot{\mathbf{w}}_x + (I_z - I_y) \mathbf{w}_z \mathbf{w}_y = M_x \\ I_y \dot{\mathbf{w}}_y + (I_x - I_z) \mathbf{w}_x \mathbf{w}_z = M_y \\ I_z \dot{\mathbf{w}}_z + (I_y - I_x) \mathbf{w}_y \mathbf{w}_x = M_z \end{cases}$$

Considerando il sistema locale, dato che  $I_U = I_V$ , l'ultima equazione è formalmente disaccoppiata dalle prime due anche se in realtà sono tutte legate a causa delle coppie esterne. Il sistema quindi risulta avere la seguente forma:

$$\begin{cases} I_U \dot{\mathbf{w}}_U + (I_W - I_V) \mathbf{w}_V \mathbf{w}_W = M_{U0} \\ I_V \dot{\mathbf{w}}_V + (I_U - I_W) \mathbf{w}_U \mathbf{w}_W = M_{V0} \\ I_W \dot{\mathbf{w}}_W = M_{W0} \end{cases}$$

Il sistema non è integrabile analiticamente perciò lo si risolve per via numerica

Per confermare la correttezza dell'integrazione si è verificato che in assenza di disturbi esterni si conservassero il momento angolare e l'energia cinetica (che in questo caso specifico, in cui tutte le condizioni di partenza erano identicamente nulle, risultavano anch'essi nulli) applicando:

$$|h| = \sqrt{(I_U \cdot \mathbf{w}_U)^2 + (I_V \cdot \mathbf{w}_V)^2 + (I_W \cdot \mathbf{w}_W)^2}$$

$$T = \frac{1}{2} [I_U \cdot \mathbf{w}_U^2 + I_V \cdot \mathbf{w}_V^2 + I_W \cdot \mathbf{w}_W^2]$$

Le condizioni iniziali per l'integrazione delle equazioni del moto sono  $\mathbf{w}_U = \mathbf{w}_V = \mathbf{w}_W = 0$  perché il satellite è a puntamento inerziale quindi si vuole che punti sempre verso una direzione fissa ( il che significa che le velocità angolari devono essere nulle ), ma ciò non vieta che si possa partire da una condizione diversa da quella di velocità angolari nulle, semplicemente il sistema di controllo dovrà, non appena acceso, agire sia per correggere l'assetto che per annullare le velocità angolari.

Poiché nel modello in Simulink e Matlab talvolta le grandezze calcolate si riferiscono a sistemi di riferimento differenti, è necessario passare dall'uno all'altro tramite matrici di rotazione. Poiché inoltre tra le specifiche vi è quella di considerare una parametrizzazione d'assetto 132, la matrice che permetterà di passare dagli assi locali u,v,w a quelli inerziali x,y,z sarà

$$\begin{pmatrix} C_Y \cdot C_J & C_Y \cdot S_J \cdot C_j + S_Y \cdot S_j & C_Y \cdot S_J \cdot S_j - C_j \cdot S_Y \\ -S_J & C_J \cdot C_j & C_J \cdot S_j \\ S_Y \cdot C_J & S_J \cdot S_Y \cdot C_j - C_Y \cdot S_j & S_Y \cdot S_J \cdot S_j + C_Y \cdot C_j \end{pmatrix}$$

mentre per passare dal sistema di assi inerziali a quelli terrestri la matrice suddetta va prima trasposta. I file Matlab che il modello Simulink utilizza per tali trasformazioni sono Auvw\_rot\_xyz e Axyz\_rot\_uvw per il calcolo della posizione del satellite mentre Wuvw\_rot\_Wxyz per quello delle velocità angolari.

Per la parametrizzazione 231 valgono

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{j}} = \frac{1}{\cos J} (\mathbf{w}_U \cos \mathbf{y} + \mathbf{w}_W \sin \mathbf{y}) \cdot \frac{1}{\cos J} \\ \quad \mathbf{J} = \mathbf{w}_W \cos \mathbf{y} - \mathbf{w}_U \sin \mathbf{y} \\ \dot{\mathbf{y}} = \mathbf{w}_Y + (\mathbf{w}_U \cos \mathbf{y} + \mathbf{w}_W \sin \mathbf{y}) \cdot \tan J \end{cases}$$

che integrate forniscono gli angoli di Eulero

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_0 + \int_0^t \dot{\mathbf{j}} dt$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_0 + \int_0^t \dot{\mathbf{J}} dt$$

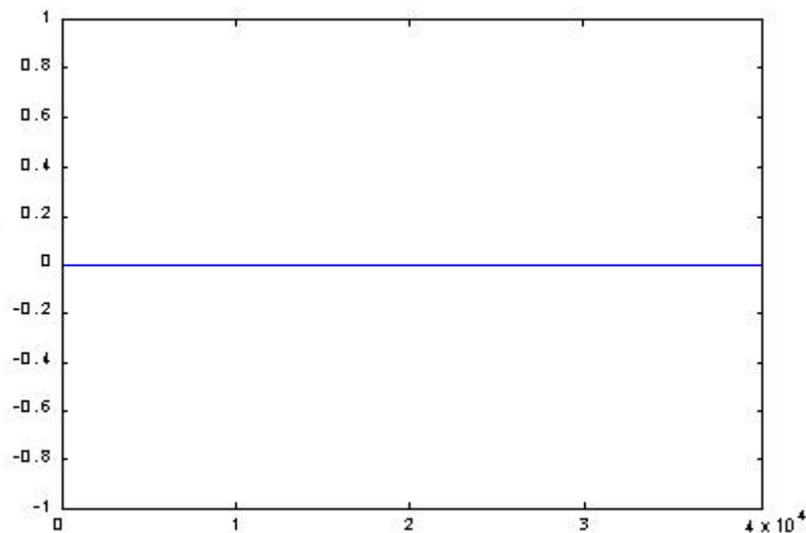
$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_0 + \int_0^t \dot{\mathbf{y}} dt$$

Le condizioni iniziali per la cinematica d'assetto sono  $\phi_0 = \theta_0 = \psi_0 = 0$

## VISUALIZZAZIONE DELLA PRIMA SIMULAZIONE

Come già accennato, con la prima parte del lavoro si è studiata la dinamica del satellite in assenza di disturbi e controlli ovvero il caso limite nel quale tutto quanto succede è l'andamento desiderato della missione ed è pertanto la situazione alla quale essa deve tendere alla fine dell'analisi una volta che si terranno conto dei disturbi, degli errori delle misure dei sensori, dei controlli e dei disturbi dovute al funzionamento degli attuatori.

Qui di seguito si visualizzano l'andamento delle  $W_u$ ,  $W_v$ ,  $W_w$  e per avere una ulteriore verifica della corretta implementazione delle equazioni si verifica che  $W_x$ ,  $W_y$ ,  $W_z$  seguono gli stessi andamenti per via delle ipotesi semplificatrici fatte e di cui accennato precedentemente. Per comodità, e vista la banalità degli andamenti tutti identicamente nulli, essi vengono riportati sul medesimo grafico. Analogamente sullo stesso grafico vengono visualizzati gli andamenti degli angoli  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  che giustamente vengono tutti identicamente nulli come accennato precedentemente. Le velocità angolari sono misurate in rad/s, mentre gli angoli in rad.



**Grafico 1: andamenti delle velocità angolari e degli angoli nel caso indisturbato**

Naturalmente anche nulli saranno energia cinetica e momento della quantità di moto. Questa è la condizione a cui dovrà tendere la dinamica del sistema una volta che saranno attivati i disturbi e il sistema di controllo.

## DISTURBI

Come già detto il satellite è sottoposto a delle coppie di disturbo che ne condizionano il moto e che a loro volta dipendono dal suo assetto. Un satellite in orbita attorno alla Terra è principalmente soggetto a quattro tipi di coppie che sono determinate dall'interazione del sistema satellite con l'ambiente esterno:

- Coppie aerodinamiche
- Coppie dovute al gradiente di gravità
- Coppie magnetiche
- Coppie dovute alla radiazione solare

Si è supposto di trascurare le coppie di origine aerodinamica per via del fatto che il satellite è sufficientemente lontano dalla Terra mentre si sono prese in considerazione le rimanenti tre.

### COPPIE DOVUTE AL GRADIENTE DI GRAVITA'

Questo disturbo è provocato dalle differenze della forza gravitazionale, che sono piccole, ma non trascurabili, tra la parte superiore e quella inferiore del satellite; l'effetto che ne scaturisce è quello di una lieve rotazione del satellite dovuta appunto alla disuniformità della forza gravitazionale.

Il momento dovuto alla forza di attrazione gravitazionale della terra agente su un generico elementino di massa  $dm$  e' dato da:

$$d\bar{M} = \bar{r} \wedge d\bar{f} = -\bar{r} \wedge \frac{GM_T}{|\bar{R} + \bar{r}|^3} (\bar{R} + \bar{r}) dm$$

dove:

$\bar{r}$  e' il vettore che va dal baricentro del satellite all'elementino di massa  $dm$ ;

$\bar{R}$  e' il vettore congiungente il centro della Terra con il baricentro del satellite;

$GM_T = m$  e' la costante gravitazionale della Terra.

Tenendo conto che  $R \gg r$  e integrando si ottiene:

$$\bar{M}_{gg} = \frac{3m}{R^5} \int_{Satellite} (\bar{r} \wedge \bar{R})(\bar{R} \cdot \bar{r}) dm$$

Riferiamo ora tutto agli assi principali d'inerzia. In questo modo  $\bar{R}$  diventa funzione dei coseni direttori  $c_1, c_2, c_3$  :

$$\begin{aligned}\bar{R} &= R(c_1\bar{x} + c_2\bar{y} + c_3\bar{z}) \\ \bar{r} &= x\bar{x} + y\bar{y} + z\bar{z}\end{aligned}$$

dove  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$  sono i versori degli assi principali d'inerzia.

Quindi sostituendo nella formula del momento gravitazionale e integrando:

$$\underline{M}_{gg} = \frac{3 \cdot G \cdot M_T}{R^3} \begin{Bmatrix} (I_W - I_V) \cdot c_2 \cdot c_3 \\ (I_U - I_W) \cdot c_1 \cdot c_3 \\ (I_V - I_U) \cdot c_2 \cdot c_1 \end{Bmatrix}$$

Proprio perché esso è nel sistema locale, esso verrà inserito direttamente a secondo membro nelle equazioni di Eulero; poiché ciò verrà fatto per tutti i disturbi, in seguito si visualizzeranno gli andamenti delle velocità angolari e degli angoli phi, theta, psi risolvendo le equazioni di Eulero con i disturbi a secondo membro. Analogo discorso verrà poi fatto quando si introdurranno le azioni correttive degli attuatori e si tenterà, attraverso il controllo, di avere l'andamento delle variabili suddette il più vicino possibile alla condizione ideale.

Per ora qui di seguito si riportano gli andamenti delle coppie di gradiente di gravità nel caso di controllo inattivo. Dato che il satellite è simmetrico ( $I_u = I_v$ ) la componente in w è identicamente nulla.

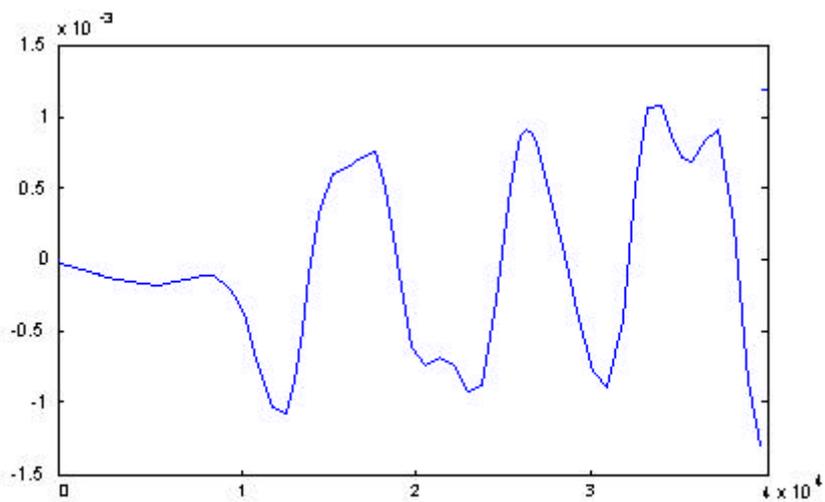


Grafico 2: Mu\_gg

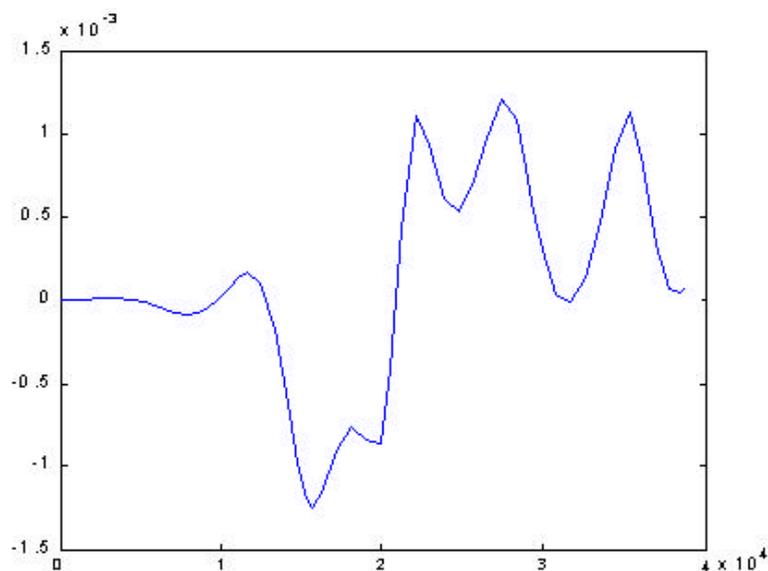


Grafico 3: Mv\_gg

## COPPIE DOVUTE AL CAMPO MAGNETICO TERRESTRE

L'interazione tra il campo magnetico terrestre e la magnetizzazione residua del satellite crea una coppia che ha la seguente espressione:

$$\underline{M}_{\text{magn}} = \underline{D} \wedge \underline{B}$$

dove  $\underline{D}$  è l'induzione magnetica residua del satellite e  $\underline{B}$  è il campo magnetico terrestre.

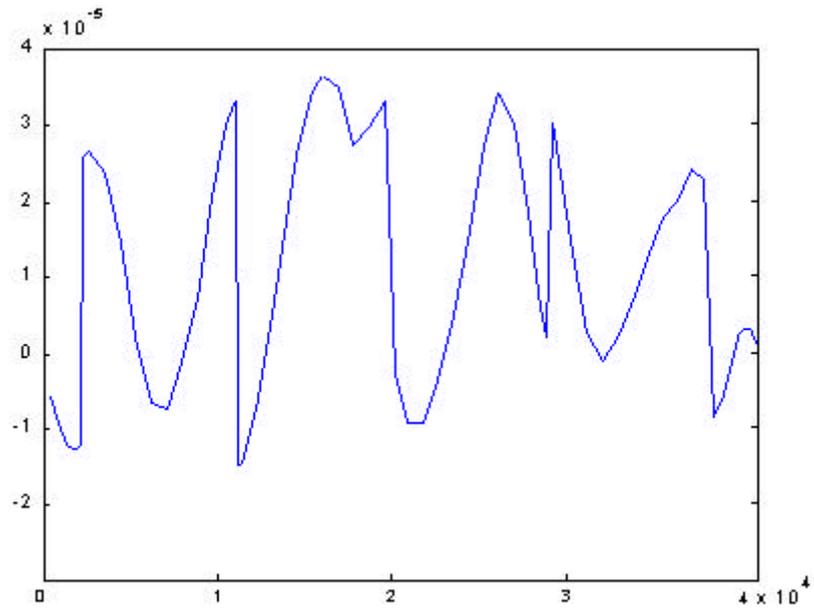
Per quanto riguarda la magnetizzazione del satellite si è supposta la presenza di un dipolo magnetico permanente il cui valore, costante lungo le tre direzioni  $u, v, w$  per semplicità, vale:

$$\underline{D} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{Bmatrix} \text{ [ Am}^2 \text{ ]}$$

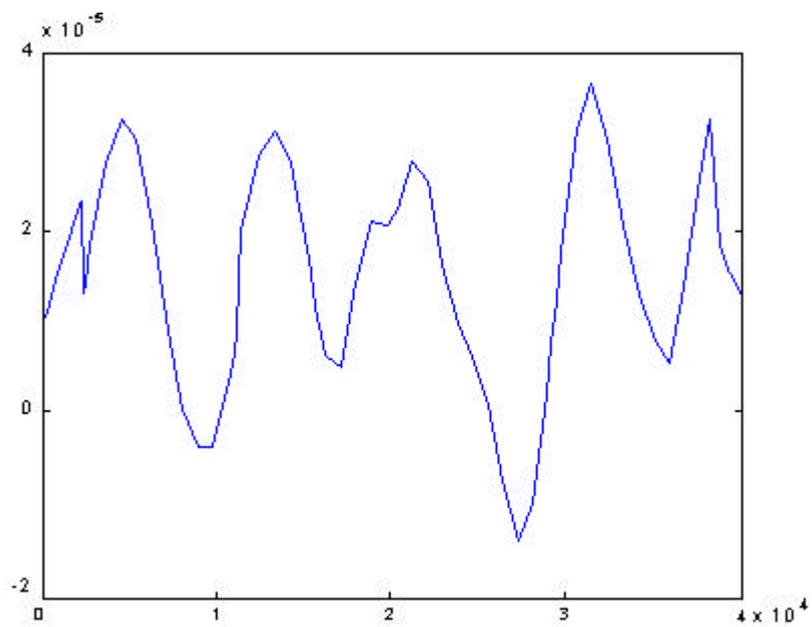
Per la modellazione del campo magnetico terrestre si è seguito il metodo proposto dal Wertz sviluppandolo fino alla sesta armonica e considerando i dati IGRF. Per maggiori chiarimenti si rimanda alla funzione scritta in Matlab. Qui ci si limita ad alcune osservazioni tra cui la necessità di considerare che la missione avvenisse nel 1980 perché oltre tale data i valori IGRF forniti dal testo non erano più attendibili.

La funzione scritta in Matlab segue il metodo proposto dal testo e determina il valore del campo magnetico in un primo tempo in coordinate sferiche (radiale, colatitudine, longitudine EST relativa a Greenwich), poi lo trasforma in un sistema di coordinate  $x1$  (nel piano equatoriale terrestre e destrorso rispetto a  $y1$  e  $z1$ ),  $y1$  (nel piano equatoriale terrestre e diretto verso il punto Vernale),  $z1$  (diretto verso la Stella Polare).  $x1, y1, z1$  è proprio il sistema di assi terrestri ruotato in modo di avere due assi nel piano equatoriale terrestre ed il terzo diretto verso la Stella polare. Pertanto poiché le coppie provocate dal disturbo magnetico e il campo magnetico terrestre, necessario in un secondo tempo per gli attuatori magnetici vanno espressi nel sistema locale, l'ultima operazione che la funzione effettua è quella di ruotare i dati dal sistema  $x1, y1, z1$  in  $x, y, z$  inerziale ed infine in  $u, v, w$  locale.

Va osservato che la funzione suddetta necessita l'ingresso di colatitudine ed ascensione retta del satellite che devono essere fornite nel sistema di riferimento terrestre  $x1, y1, z1$ . Ciò viene svolto dalla parte del modello scritta in Simulink la quale, passando attraverso un'altra funzione di nome `Axyz_rot_equat`, trasforma le coordinate posizione  $x, y, z$  dal sistema inerziale a quello suddetto. Solo in questo modo è possibile calcolare la colatitudine e l'ascensione retta nel modo giusto richiesto dalla procedura di modellazione. Si tenga presente che il campo magnetico terrestre dipende profondamente da come è diretto l'asse polare (qui per semplicità si sono quindi confusi i poli geografici con quelli magnetici).



**Grafico 4:  $\mu_{\text{magn}}$**



**Grafico 5:  $Mv_{\text{magn}}$**

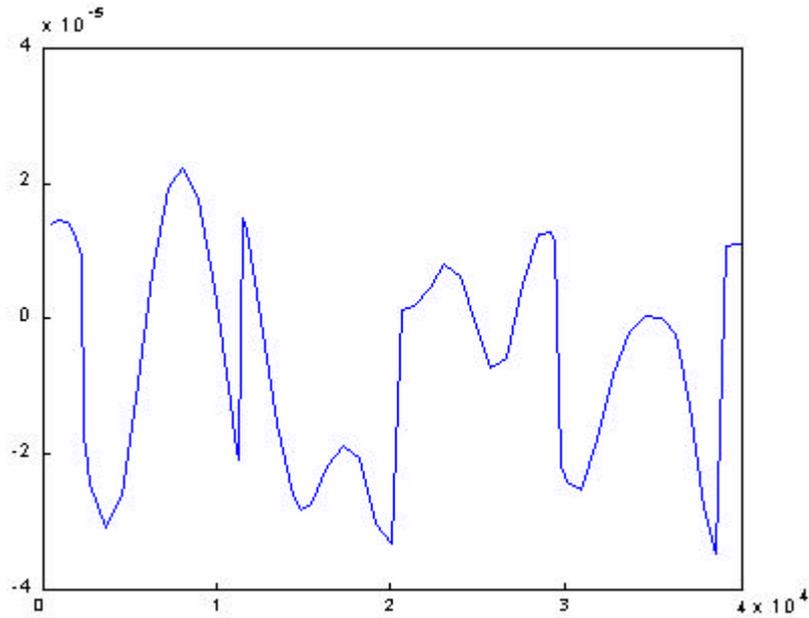


Grafico 6: Mw\_magn

## COPPIE DOVUTE ALLA RADIAZIONE SOLARE

Il momento dovuto alla radiazione solare agente su un elementino di area  $dA$  è dato da:

$$d\bar{M} = \bar{r} \wedge d\bar{f}$$

Occorre quindi determinare la forza agente sull'area infinitesima e poi integrare su tutta la superficie del satellite. Innanzi tutto la radiazione incidente può essere scomposta in radiazione assorbita, riflessa specularmente e riflessa diffusamente. Quindi le tre componenti della forza sono:

$$d\bar{f}_{ASS} = -PC_A \cos J \hat{S} dA$$

$$d\bar{f}_{SPEC} = -PC_S \cos^2 J \hat{N} dA$$

$$d\bar{f}_{DIFF} = PC_D \left( -\frac{2}{3} \cos J \hat{N} - \cos J \hat{S} \right) dA$$

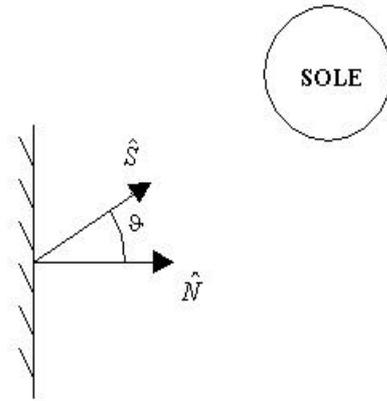
Dove:

$C_A, C_S, C_D$  sono rispettivamente i coefficienti di assorbimento, riflessione speculare e riflessione diffusa e vale sempre la relazione:  $C_A + C_S + C_D = 1$  ;

$\hat{S}$  è il versore Satellite-Sole;

$\hat{N}$  è il versore normale alla superficie ed uscente dal satellite;

$J_s$  è l'angolo compreso tra  $\hat{S}$  e  $\hat{N}$



$P = \frac{F_e}{c}$  è il flusso medio solare,  $F_e = 1358 \text{ W/m}^2$  è la costante solare e  $c = 2.9979 \times 10^8 \text{ m/s}$  è la velocità della luce.

Sommando i termini si ottiene la forza di radiazione totale agente sull'elementino:

$$d\bar{f}_{tot} = -P \left[ (1 - C_S) \hat{S} + 2 \left( C_S \cos \mathbf{J} + \frac{1}{3} C_D \right) \hat{N} \right] \cos \mathbf{J} dA$$

E quindi il momento dovuto alla radiazione totale è:

$$\bar{M}_S = \int_{\text{Sup irradiata}} \bar{r} \wedge d\bar{f}_{tot}$$

Il calcolo di questo integrale risulta piuttosto complesso. Conviene perciò suddividere la superficie esterna del satellite in parti distinte e in particolare, data la forma di questo, in superfici piane. E' quindi possibile calcolare la forza agente sulla superficie i-esima dalla formula:

$$\bar{F}_i = -PA_i \cos \mathbf{J}_i \left[ (1 - C_S) \hat{S} + 2 \left( C_S \cos \mathbf{J}_i + \frac{1}{3} C_D \right) \hat{N}_i \right]$$

e

$$\bar{M}_S = \sum_{i=1}^n \bar{R}_i \wedge \bar{F}_i$$

dove  $\bar{R}_i$  è il vettore congiungente il centro di massa del satellite con il centro di pressione della superficie i-esima. Nel caso in esame i centri di pressione corrispondono ai centri geometrici delle superfici. I coefficienti di assorbimento  $C_A$ , di riflessione speculare  $C_S$ , di riflessione diffusa  $C_D$  sono tali che  $C_A + C_S + C_D = 1$ ; in particolare si è assunto che per ogni superficie fosse  $C_S = 0.3$  e  $C_D = 0.1$ .

Come nel caso precedente anche ora, per maggiori chiarimenti, si rimanda al testo a cui ci si è riferiti ed alla funzione scritta in Matlab. Qui ci si limita ad alcune osservazioni tra cui il fatto che poiché la simmetria del satellite implicherebbe la nullità della forza risultante agente sulla superficie esterna del satellite, per considerarla è stato considerato il baricentro non coincidente con il centro geometrico del satellite, ma spostato lungo l'asse di simmetria di un valore pari a 0.05 m. La funzione calcola come prima cosa la posizione Terra-Sole nel piano dell'eclittica. Si considera il sistema Terra-Sole all'equinozio di primavera e per semplicità si confonde la congiungente satellite-Sole con quella Terra-Sole. Poiché il trasferimento dura circa 10 ore, si è supposto che il satellite non vada in eclisse

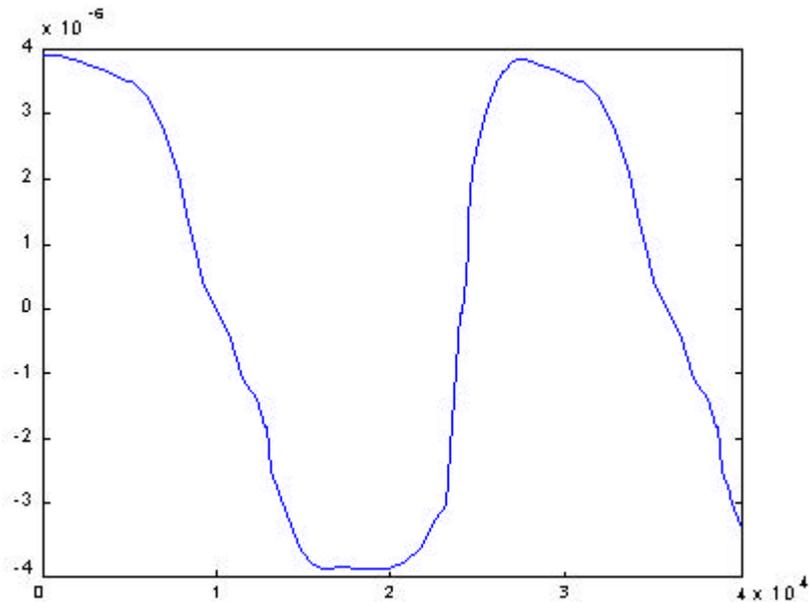


Grafico 7: Mu\_sol

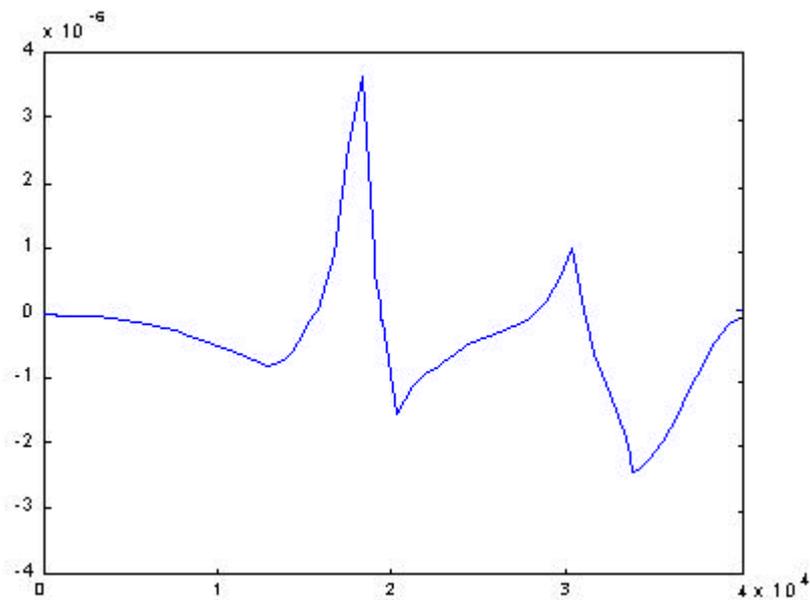


Grafico 8: Mv\_sol

## COPPIE PERTURBATRICI TOTALI

Le perturbazioni totali sono la somma della perturbazione dovuta al gradiente di gravità, alla radiazione solare e al campo magnetico terrestre. Sono stati trascurati i disturbi atmosferici in quanto sia l'orbita di partenza che la geostazionaria sono sufficientemente lontane dall'atmosfera. Sono riportate le coppie perturbatrici totali

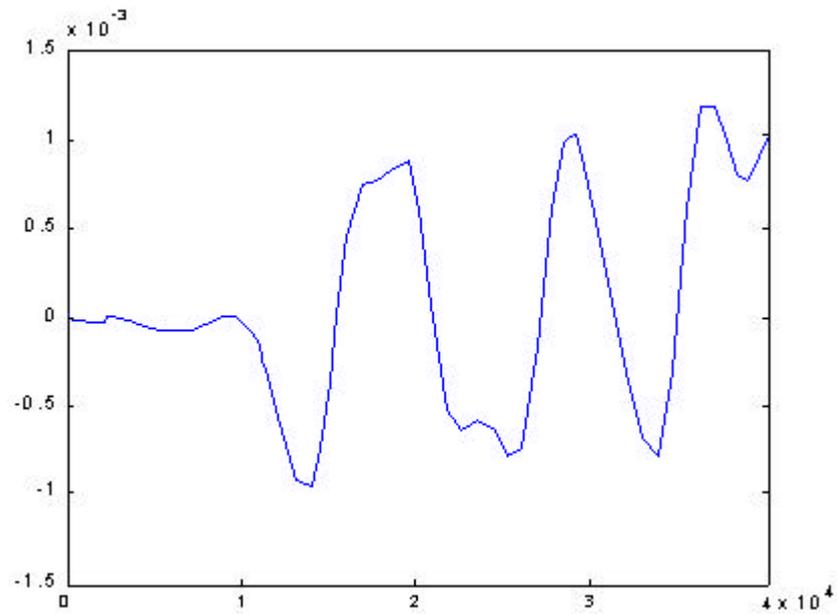


Grafico 9: MDu

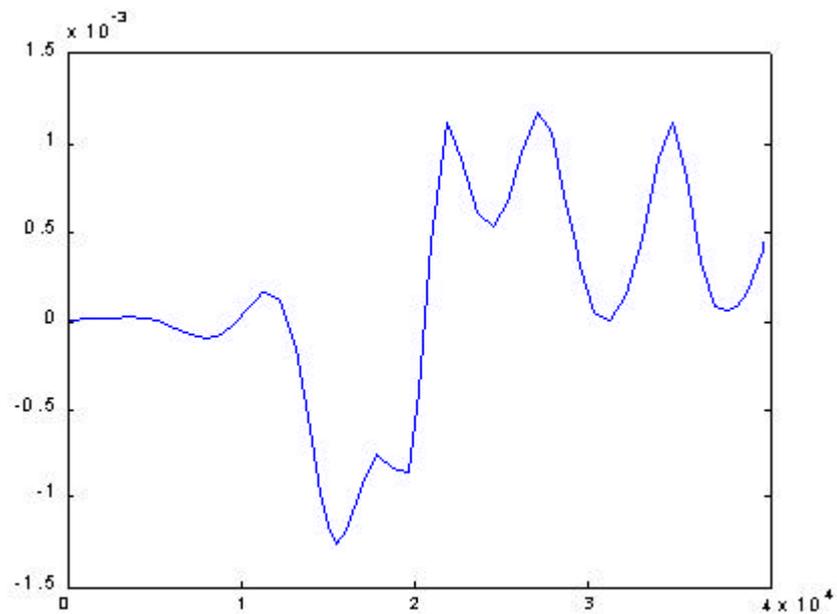
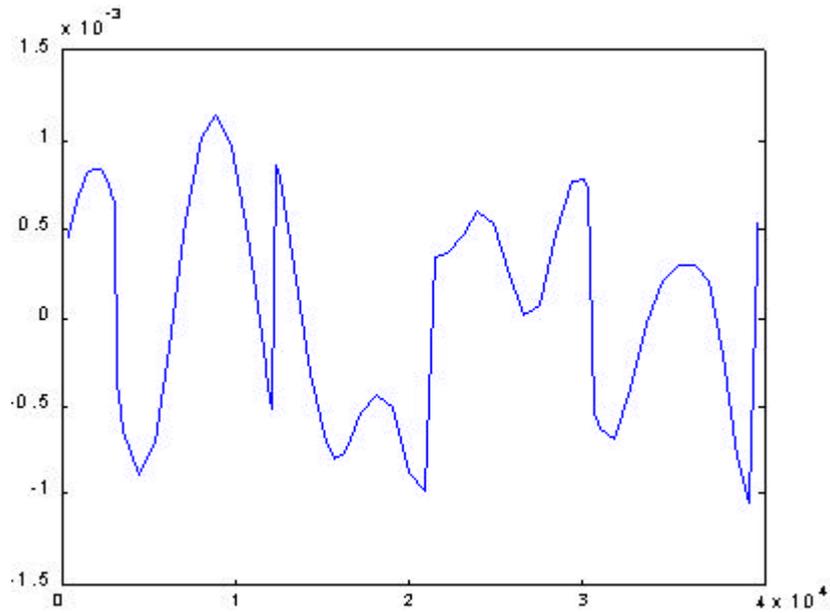


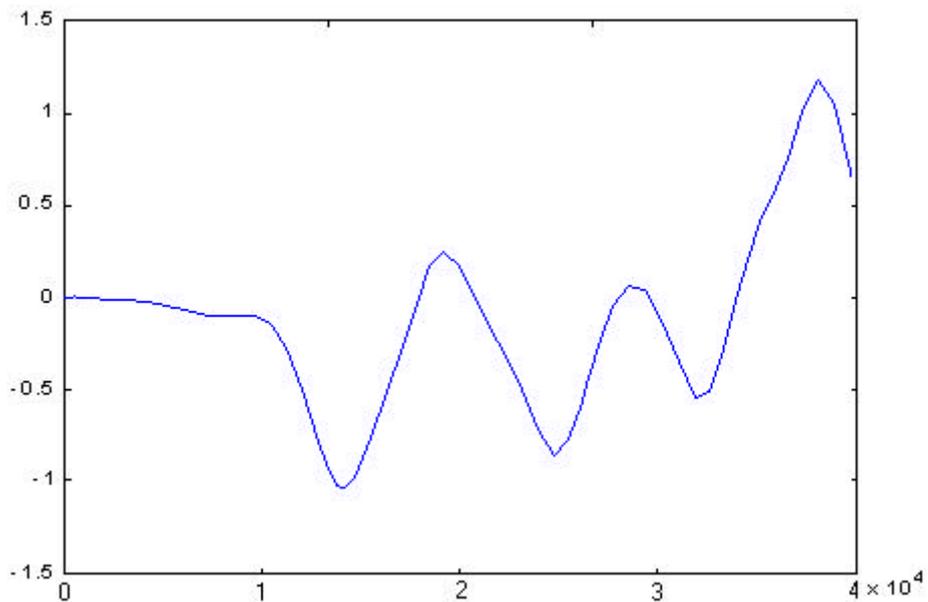
Grafico 10: MDv



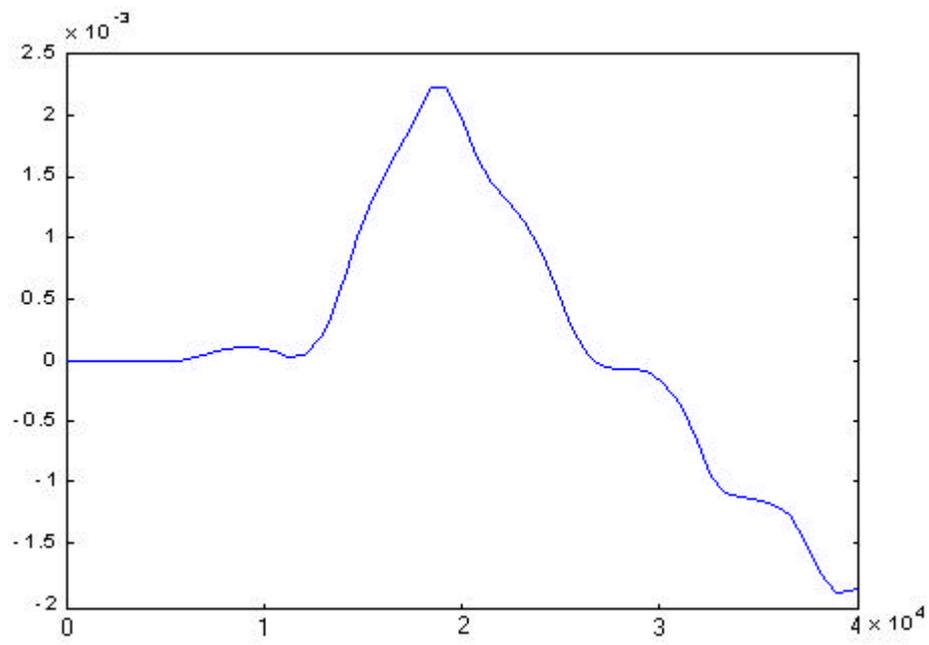
**Grafico 11: MDw**

## **SIMULAZIONE CON DISTURBI E CONTROLLO DISATTIVATO**

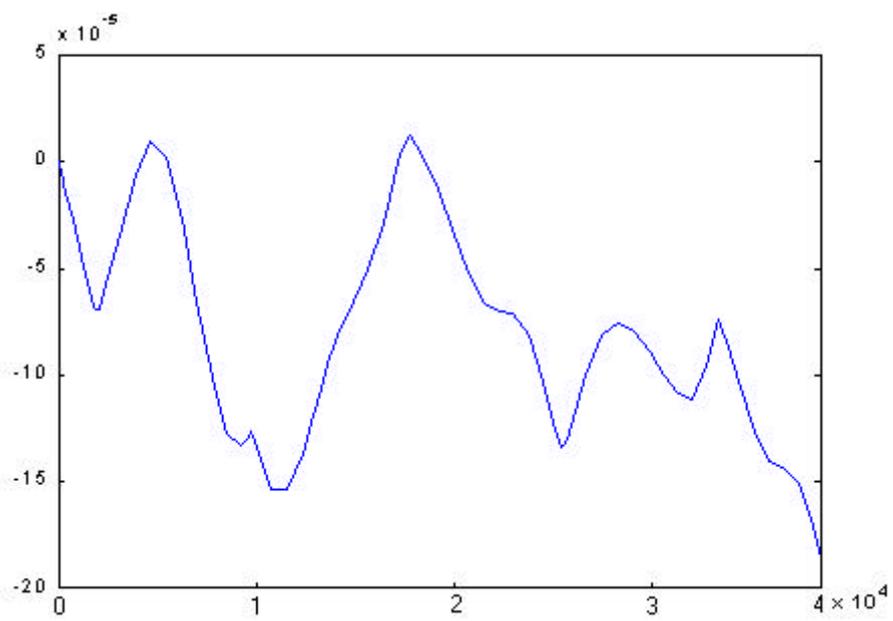
I disturbi che agiscono sul satellite perturbano le velocità angolari e gli angoli phi, theta, psi allontanandoli dai valori iniziali che vengono considerati quelli desiderati dalla missione e che in questo caso sono nulli. Qui di seguito vengono visualizzati gli andamenti perturbati nel sistema di riferimento locale



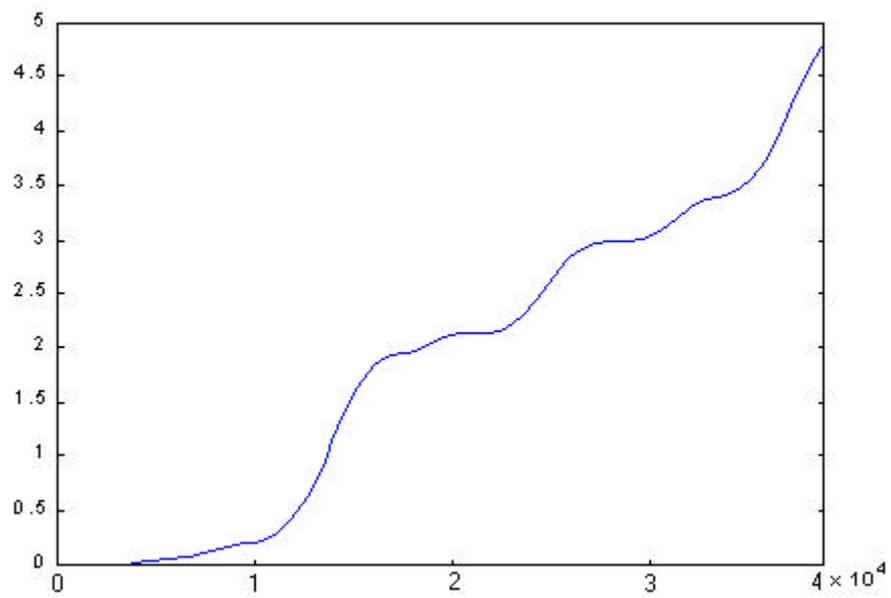
**Grafico 12: Wu perturbata**



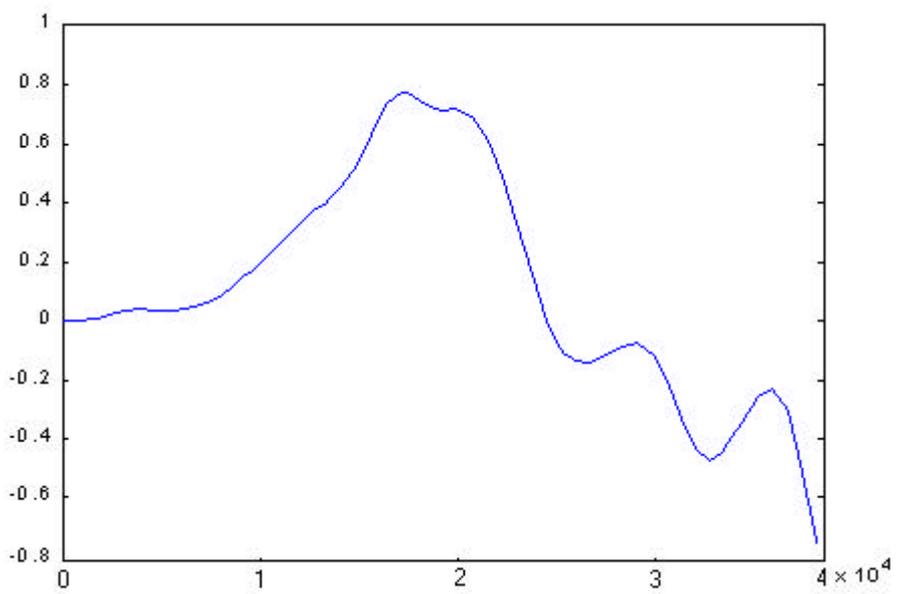
**Grafico 13:  $W_v$  perturbata**



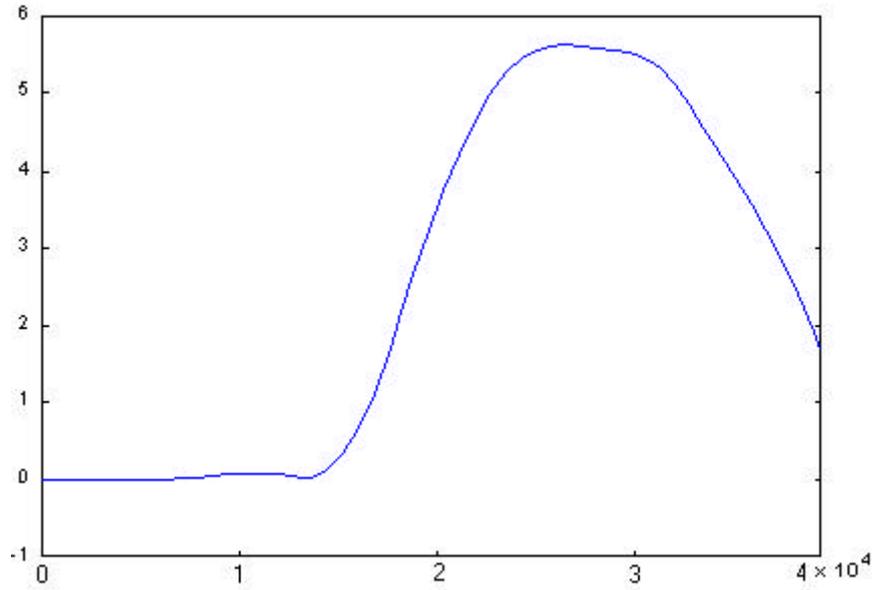
**Grafico 14:  $W_w$  perturbata**



**Grafico15: phi perturbato**



**Grafico 16: theta perturbato**



**Grafico 17: psi perturbato**

## CONTROLLO

La rilevazione della posizione da parte dei sensori risente inevitabilmente di errori dovuti alla misura. Dal confronto tra la matrice  $A_{SENS}$  e quella che si avrebbe in assenza dei disturbi ( $A_{NODIST}$ ) si determina la matrice che identifica l'errore dovuto ai sensori:

$$A_{ERR} = A_{SENS} \cdot A_{NODIST}^T$$

la quale può essere interpretata come la matrice in assenza di disturbi ruotata di tre angoli strettamente legati alle perturbazioni esterne. Di conseguenza il modo con il quale si può controllare l'assetto del satellite per riportarlo nella condizione nominale desiderata è semplicemente quello di fornire tre coppie la cui entità è funzione degli angoli di cui è ruotata la matrice d'assetto in assenza di disturbi, dei momenti d'inerzia del satellite lungo gli assi principali d'inerzia, delle velocità angolari lungo gli assi principali d'inerzia e di altri due parametri  $K_p$  e  $K_d$  che rappresentano i guadagni proporzionali e derivativi del regolatore PD scelto per il controllo d'assetto:

$$M_{CU} = \frac{1}{2} \cdot K_P \cdot I_U \cdot [A_{ERR}(2,3) - A_{ERR}(3,2)] + K_D \cdot I_U \cdot \mathbf{w}_U$$

$$M_{CV} = \frac{1}{2} \cdot K_P \cdot I_V \cdot [A_{ERR}(1,3) - A_{ERR}(3,1)] + K_D \cdot I_V \cdot \mathbf{w}_V$$

$$M_{CW} = \frac{1}{2} \cdot K_P \cdot I_W \cdot [A_{ERR}(1,2) - A_{ERR}(2,1)] + K_D \cdot I_W \cdot \mathbf{w}_W$$

dove  $K_d = 2\xi W_n$  e  $K_p = (W_n)^2$  mentre  $W_n = 0.05 \cdot 0.001026$  è un sottomultiplo adeguato della velocità angolare dell'orbita ovvero con la quale il satellite ruota attorno la Terra e  $\xi = 150 \cdot 0.707$ .

Le  $K_p$  e  $K_d$  sono state trovate utilizzando l'oscillatore armonico considerando proprio  $K_p$  la pulsazione naturale e  $K_d$  lo smorzamento:

$$I\dot{\mathbf{w}} = M_c \Rightarrow I\ddot{\mathbf{a}} = M_c$$

Inoltre nel caso in cui si esprima il momento di controllo funzione dei suddetti parametri come precedentemente mostrato, si possono determinare le formule precedentemente date per  $K_p$  e  $K_d$ :

$$M_c = -K_p\alpha - K_d\dot{\alpha} \Rightarrow I\ddot{\alpha} + K_p\alpha + K_d\dot{\alpha} = 0$$

## ATTUATORI

Si è scelto di posizionare gli attuatori in questo modo: due attuatori magnetici lungo gli assi del satellite u, v mentre la ruota d'inerzia lungo l'asse w. Pertanto si possono riscrivere le equazioni di Eulero tenendo conto dei momenti di disturbo e dei relativi momenti di controllo che annullano i disturbi. Le equazioni sono:

$$\begin{cases} I_U \dot{\mathbf{w}}_U + (I_W - I_V) \mathbf{w}_V \mathbf{w}_W = M_{U0} + M_{DU} + M_{CU}^1 \\ I_V \dot{\mathbf{w}}_V + (I_U - I_W) \mathbf{w}_U \mathbf{w}_W = M_{V0} + M_{DV} + M_{CV}^1 \\ I_W \dot{\mathbf{w}}_W + (I_V - I_U) \mathbf{w}_U \mathbf{w}_V = M_{W0} + M_{DW} + M_{CW}^1 \end{cases}$$

A partire dall'equazione:

$$\begin{Bmatrix} M_{CU}^1 \\ M_{CV}^1 \\ M_{CW}^1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_{CU} - \mathbf{w}_V I_R \mathbf{w}_R \\ M_{CV} + \mathbf{w}_U I_R \mathbf{w}_R \\ M_{CW} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & B_W & 0 \\ -B_W & 0 & 0 \\ B_V & -B_U & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} m_U \\ m_V \\ I_R \dot{\mathbf{w}}_R \end{Bmatrix}$$

si possono ricavare i comandi veri e propri da fornire agli attuatori in modo che controbilancino i disturbi dovuti agli agenti esterni e quelli dovuti alla presenza della ruota d'inerzia lungo l'asse w: Ovviamente anche per gli attuatori esisterà un errore dovuto al tempo di accensione o comunque ad un ritardo intrinseco nella fisica degli attuatori stessi di cui si può tenere conto reintroducendo nelle equazioni di Eulero non le coppie di controllo precedentemente ricavate, ma delle ulteriori coppie di controllo a partire dai veri comandi degli attuatori opportunamente ritardati ed eventualmente saturati.

La ruota d'inerzia è stata scelta in modo di avere  $I_r = 0.143 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$  e  $W_r = 350 \text{ rad/s}$ .

$$\begin{cases} m_U = -\frac{M_{CU}^1}{B_W} \\ m_V = \frac{M_{CV}^1}{B_W} \\ \mathbf{w}_R = \mathbf{w}_{R0} + \int_0^t \dot{\mathbf{w}}_R dt = \mathbf{w}_{R0} + \int_0^t \left( M_{CU}^1 + M_{CV}^1 \cdot \frac{B_V}{B_W} + M_{CW}^1 \cdot \frac{B_U}{B_W} \right) dt \end{cases}$$

## SIMULAZIONE CON DISTURBI CONTROLLATI

Qui di seguito vengono visualizzati gli andamenti degli attuatori e del controllo avendo tenuto conto del disturbo aggiuntivo causato dalla presenza della ruota d'inerzia. Infine si riportano i grafici relativi alle velocità angolari e agli angoli phi, theta, psi considerando il satellite sottoposto a tutte le perturbazioni e a tutti i controlli necessari per stabilizzarlo. Come si può notare gli andamenti sono sufficientemente vicini a quelli calcolati nella prima simulazione, cioè nel caso ideale di completa assenza di disturbi, cosa che infatti si voleva perseguire

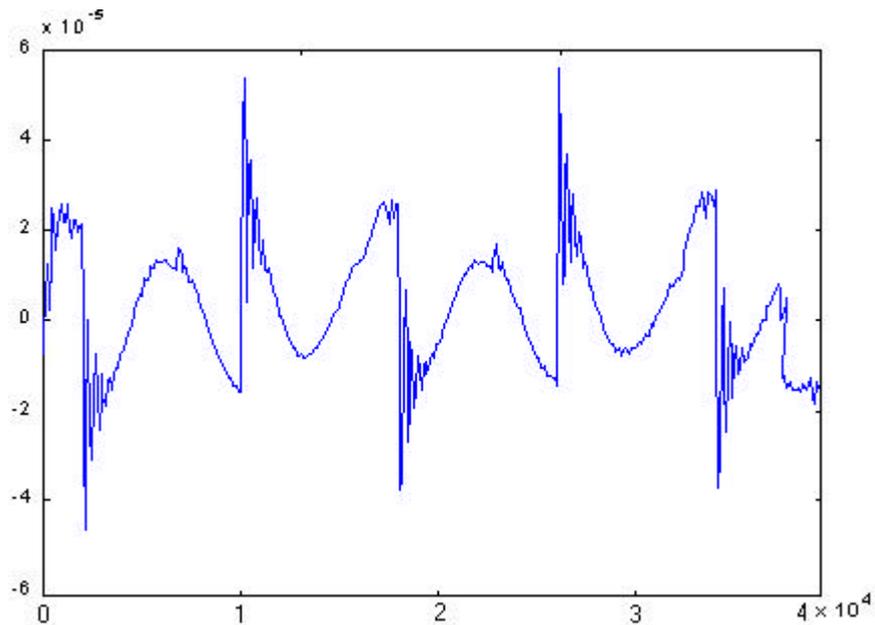


Grafico 18: MCu

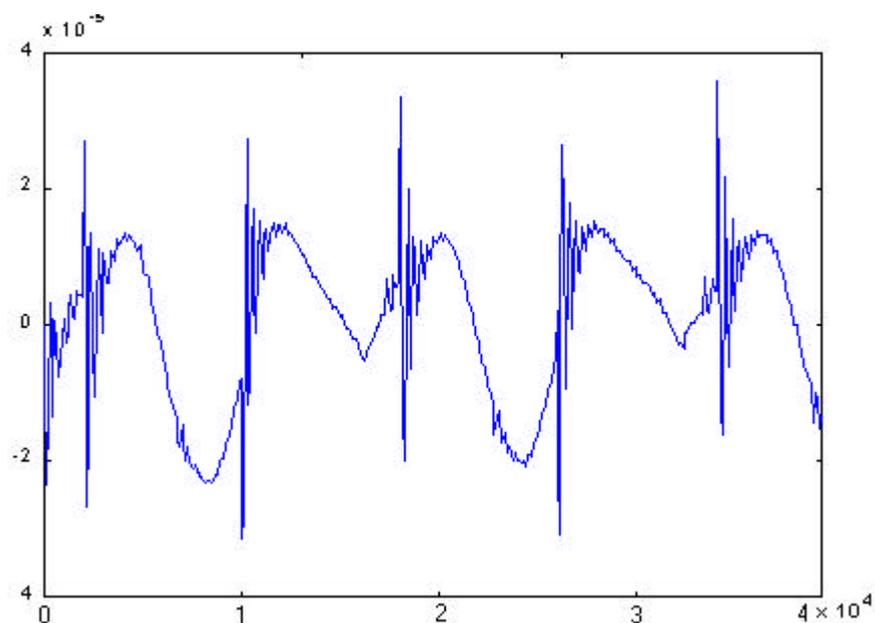
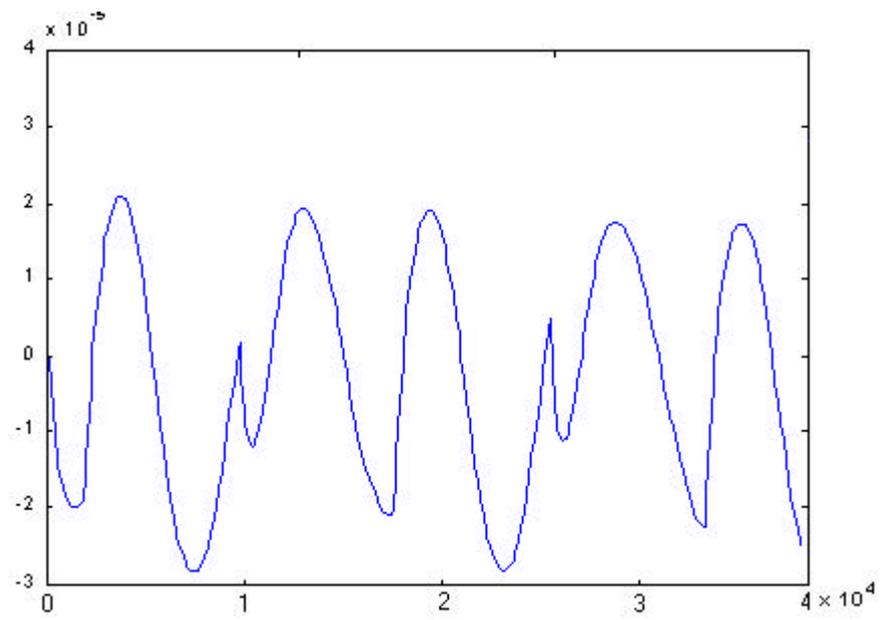
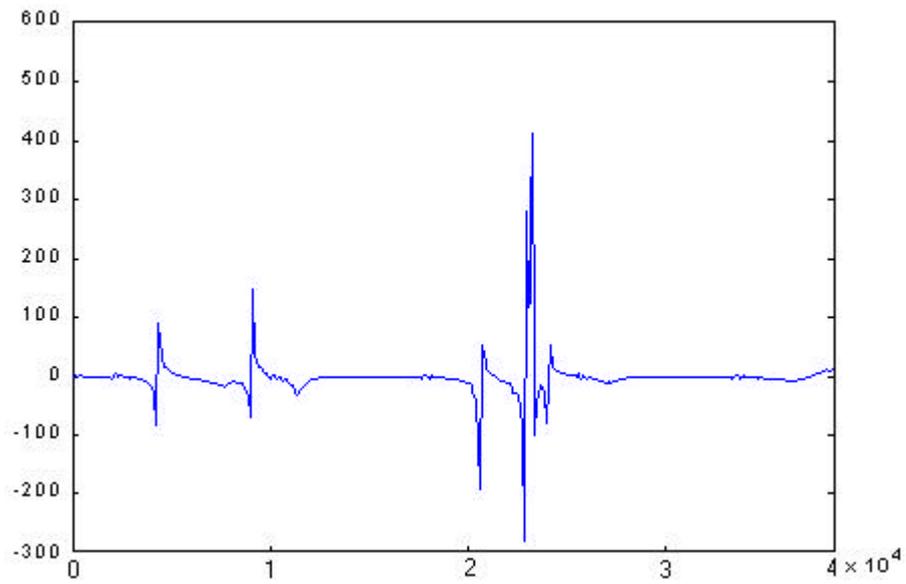


Grafico 19: MCv



**Grafico 20:MCw**



**Grafico 21: Mmagn\_u**

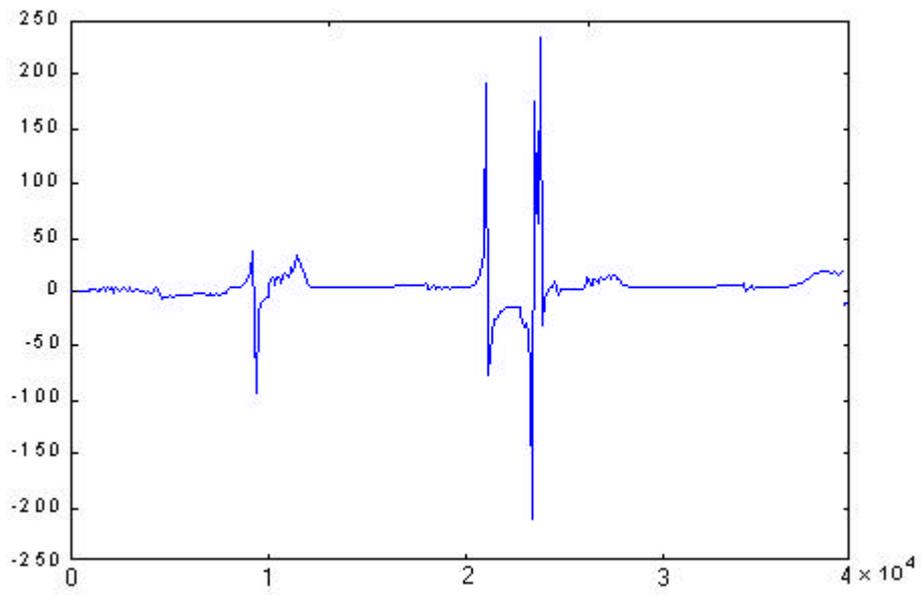


Grafico 22: Mmagn\_v

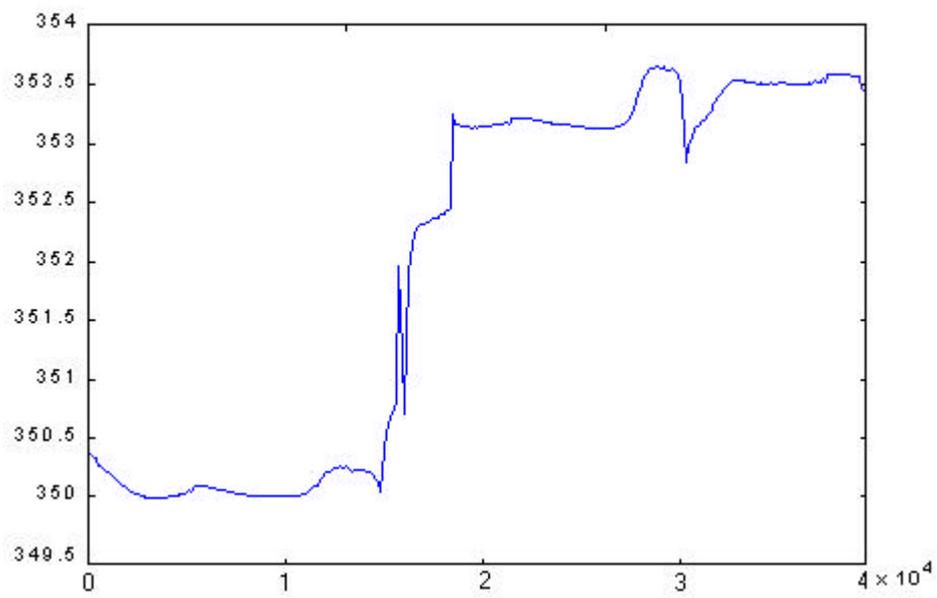
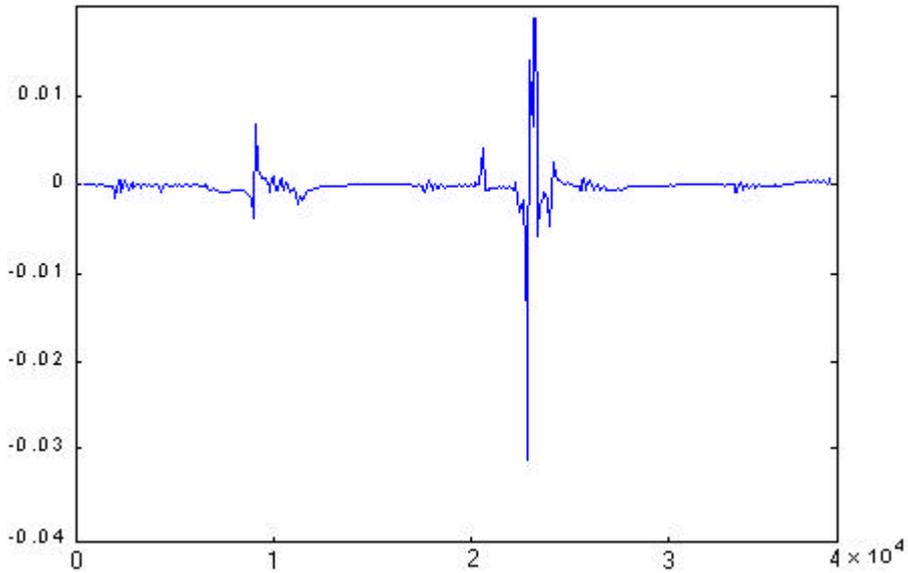
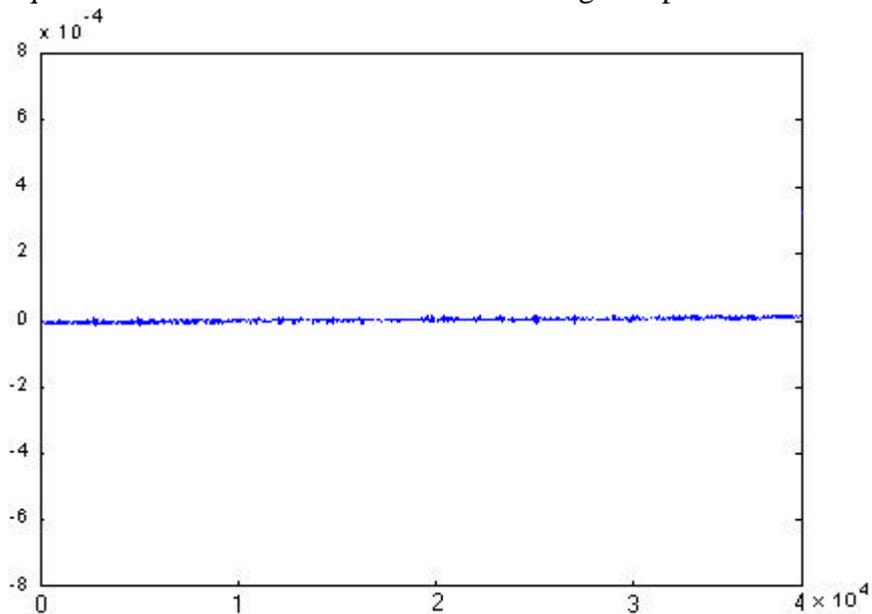


Grafico 23: WRw



**Grafico 24: W'Rw**

Si può notare che le coppie di controllo, che devono equilibrare le coppie di disturbo, sono sensibilmente meno grandi delle coppie perturbatrici totali. Ciò si spiega con il fatto che mentre precedentemente si era considerata solamente la presenza dei disturbi, ora esiste il controllo che istante per istante tende a riportare il satellite nell'assetto corretto. Si noti infatti che inizialmente le coppie perturbatrici sono molto modeste e che solo con il passare del tempo esse aumentano. Ne consegue che un buon controllo, oltre a limitare gli errori d'assetto che successivamente verrà dimostrato dagli andamenti delle velocità angolari e degli angoli d'assetto, riduce gli sprechi di energia legati alle azioni degli attuatori perché minore è il disturbo minore sarà la correzione da contrapporre. Inoltre gli andamenti degli attuatori sono contenuti e soprattutto non superano i valori massimi di saturazione dei principali attuatori attualmente in commercio e che si sono presi come riferimento e confronto. Dai grafici delle variabili d'assetto si nota che il controllo ha l'effetto desiderato, cioè quello di mantenere il sistema a velocità angolari prossime ai valori iniziali



**Grafico 25: velocità angolari e angoli d'assetto perturbati**

## APPENDICE

### iniz.m

```
% File contenente i dati iniziali del progetto: momenti d'inerzia,
% dimensioni geometriche, coppie applicate, velocità angolari iniziali,
% angoli di Eulero iniziali
% Da migliorare con un menù nel quale si possano cambiare i parametri
%
% Si assume inizialmente u,v,w allineati come x,y,z, assi rispettivamente
% di yaw, roll e pitch.
%
% Fase di missione nominale: il satellite si muove spinnato attorno
% all'asse di minima inerzia che corssisponde a quello di pitch. (1980)
%
%
msgbox('Fine caricamento dati iniziali');
%
%
% CARATTERISTICHE INERZIALI
%
%
global Iu;
global Iv;
global Iw;
Iu=1022.8225; % [Kg*m2]
Iv=1022.8225; % [Kg*m2]
Iw=229.16; % [Kg*m2]
%
%
% CARATTERISTICHE GEOMETRICHE
%
%
global rsc;
global hsc;
rsc=0.6; % [m] raggio geometrico del satellite
hsc=3.7; % [m] altezza geometrica del satellite
global xc; % [m]
global yc; % [m]
global zc; % [m]
[xc,yc,zc]=cylinder(rsc,100); % (il satellite ha forma cilindrica
con pannelli solari sulla faccia laterale del cilindro)
global d;
d=0.05; % [m] spostamento del baricentro per
avere M_sol
%
%
xc=xc-(xc./2);
yc=yc-(yc./2);
zc=hsc.*zc;
zc=zc-(((hsc+d)/2)*ones(size(zc)));
axis_xc=rsc;
axis_yc=rsc;
axis_zc=hsc;
%
%
% MOTO LIBERO
%
%
Mu0=0; % [N*m]
Mv0=0; % [N*m]
Mw0=0; % [N*m]
```

```

Wu0=0.1; % [rad/s]
Wv0=0.1; % [rad/s]
Ww0=0.2; % [rad/s]
%
%
%
% ORBITA GTO
%
%
K=398199; % [Km3/s2]
Rp=6878; % [Km] è il raggio al perigeo
Ra=42220; % [Km] è il raggio all'apogeo: immissione
GEO
a=(Ra+Rp)/2; % [Km] è il semiasse maggiore
Vp=sqrt(K*(2/Rp-1/a)); % [Km/s] è la vel iniziale
Ts=sqrt((4*pi^2/K)*(a)^3); % [s] è il tempo di trasferimento
%
%
x0=Rp; % [km]
y0=0; % [km]
z0=0; % [km]
%
%
Vx0=0; % [Km/s]
Vy0=Vp; % [Km/s]
Vz0=0; % [Km/s]
%
%
phi0=0.*pi/180; % [rad]
theta0=0.*pi/180; % [rad]
psi0=0.*pi/180; % [rad]
%
%
TSIM=Ts; % [s] tempo di simulazione
alfag0=0; % [rad] ascensione retta di Greenwich
%
%
% ATTUATORI
%
%
global Ir;
Ir=0.143; % [Kg m2]
WRw0=350; % [rad/s]

```

## Campomagn.m

```

function v=CampoMagn(u)
%
%
% Calcola il campo magnetico terrestre fino alla sesta armonica considerando
i dati IGRF
%
%
r=u(1); % [Km] distanza dal centro della Terra
(Rxyz_equat)
th=(pi/180).*u(2); % [rad] colatitudine del satellite
alfa=(pi/180).*u(3); % [rad] ascensione retta del satellite
(alfa_sat)
alfag=(pi/180).*u(4); % [rad] ascensione retta di Greenwich al
tempo t (alfag_t)

```

```

%
phi=u(5); % [rad]
theta=u(6); % [rad]
psi=u(7); % [rad]
%
ph=(alfa-alfag); % [rad] longitudine EST relativa a
Greenwich
delta=((1.5708)-th); % [rad] declinazione (siccome Matlab da'
problemi di integrazione, causati dall'avere delta=0
% nel caso in cui th e' circa 90
gradi, scrivo pi/2 = 1.5708 senza farlo calcolare al computer
%
%
global K;
global g;
global h;
global S;
global a;
global Du;
global Dv;
global Dw;
global Du;
global Dv;
global Dw;
Du=(1/sqrt(3)); % [A m2] campo magnetico generato
internamente (valore ipotizzato)
Dv=(1/sqrt(3)); % [A m2]
Dw=1/sqrt(3); % [A m2]
%
%
%
% Secondo la rappresentazione dei dati IGRF m dovrebbe partire da 0, ma
MATLAB
% non lo gestisce e quindi lo aumento di 1; quindi si tenga presente che
rispetto
% alle formule del Wertz occorre sostituire m con m-1
%
%
% DETERMINAZIONE RICORSIVA DEL VETTORE S(n,m)
%
%
global S;
S=zeros(6,7);
S(1,1)=1;
S(1,2)=1; % valore imposto dal quale dipende la parte
rimanente (quadrata) della matrice
for n=2:6 % n non viene "scalato" come m perche' lo
faccio partire da 2 quindi riscrivo n come nel Wertz
S(n,1)=S((n-1),1).*((2.*(n-1))./n);
for m=2:n+1
if m==2
deltaS=1;
else
deltaS=0;
end
S(n,m)=S(n,m-1).*sqrt(((n-m+2)*(deltaS+1)/(n+m-1)));
end
end
%
%
% RAPPRESENTAZIONE DEL VETTORE g_IGRF(n,m) DEFINITO IN BASE AI
% DATI IGRF (1975) E CALCOLATO PER L'ANNO 1980

```

```

%
%
global a;
a=6371.2; % [Km] raggio medio terrestre considerato
per i dati IGRF
y=1980-1975; % fattore che tiene conto della variazione
dal 1975 al 1980, data oltre la quale le equazioni del Wertz non sono piu'
precise
%
%
global g;
g=zeros(6,7);
g(1,1)=-30186+(25.6*y);
g(1,2)=-2036+(10*y);
g(2,1)=-1898+(-24.9*y);
g(2,2)=2997+(0.7*y);
g(2,3)=1551+(4.3*y);
g(3,1)=1299+(-3.8*y);
g(3,2)=-2144+(-10.4*y);
g(3,3)=1296+(-4.1*y);
g(3,4)=805+(-4.2*y);
g(4,1)=951+(-0.2*y);
g(4,2)=807+(-2*y);
g(4,3)=462+(-3.9*y);
g(4,4)=-393+(-2.1*y);
g(4,5)=235+(-3.1*y);
g(5,1)=-204+(0.3*y);
g(5,2)=368+(-0.7*y);
g(5,3)=275+(1.1*y);
g(5,4)=-20+(-1.6*y);
g(5,5)=-161+(-0.5*y);
g(5,6)=-38+(1*y);
g(6,1)=46+(0.2*y);
g(6,2)=57+(0.5*y);
g(6,3)=15+(2*y);
g(6,4)=-210+(2.8*y);
g(6,5)=-1+(0*y);
g(6,6)=-8+(0.9*y);
g(6,7)=-114+(-0.1*y);
%
%
% RAPPRESENTAZIONE DEL VETTORE h_IGRF(n,m) DEFINITO IN BASE AI
% DATI IGRF (1975) E CALCOLATO PER L'ANNO 1980
%
%
global h;
h=zeros(6,7);
h(1,1)=0+(0*y);
h(1,2)=5735+(-10.2*y);
h(2,1)=0+(0*y);
h(2,2)=-2124+(-3*y);
h(2,3)=-37+(-18.9*y);
h(3,1)=0+(0*y);
h(3,2)=-361+(6.9*y);
h(3,3)=249+(2.5*y);
h(3,4)=-253+(-5*y);
h(4,1)=0+(0*y);
h(4,2)=148+(5*y);
h(4,3)=-264+(0.8*y);
h(4,4)=37+(1.7*y);
h(4,5)=-307+(-1*y);
h(5,1)=0+(0*y);
h(5,2)=39+(1.2*y);

```

```

h(5,3)=142+(2.3*y);
h(5,4)=-147+(-2*y);
h(5,5)=-99+(1.3*y);
h(5,6)=74+(1.1*y);
h(6,1)=0+(0*y);
h(6,2)=-23+(-0.5*y);
h(6,3)=102+(-0.1*y);
h(6,4)=88+(-0.2*y);
h(6,5)=-43+(-1.3*y);
h(6,6)=-9+(0.7*y);
h(6,7)=-4+(1.7*y);
%
%
%     PONGO I TERMINI SOPRADIAGONALI IMMAGINARI PER UN MIO CONTROLLO PERCHE'
SICCOME MATLAB USA SOLO I TERMINI
%     SOPRADIAGONALI (PERCHE' PER RISOLVERE I SISTEMI LINEARI TRIAGONALIZZA LE
MATRICI) SE SUCCEDA QUALCOSA DI
%     SBAGLIATO IL VALORE DEL CAMPO MAGNETICO E' IMMAGINARIO E POSSO VEDERLO; SE
LO METTESSI NULLO NON LO VEDREI
%
%
for n=1:6
    for m=n+2:7
        g(n,m)=sqrt(-1);
        h(n,m)=sqrt(-1);
    end
end
%
%
%     CALCOLO DEL VETTORE g(n,m) E h(n,m) FUNZIONE DI S(n,m) , g_IGRF(n,m) ,
H_IGRF(n,m)
%     PER PASSARE DALLA RAPPRESENTAZIONE DI SCHMIDT A QUELLA DI GAUSS
%
%
for n=1:6
    for m=1:7
        g(n,m)=S(n,m).*g(n,m);
        h(n,m)=S(n,m).*h(n,m);
    end
end
%
%
%     DETERMINAZIONE RICORSIVA DEL VETTORE K(n,m)
%
%
global K;
K=zeros(6,7);
for n=2:6
    % per n=1 non pongo i termini uguali a zero,
perchè già nulli per come inizializzati
    for m=1:n+1
        K(n,m)=(((n-1).^2)-((m-1).^2))./((2.*n-1).*(2.*n-3));
    end
end
%
%
%     DETERMINAZIONE RICORSIVA DEL VETTORE P(n,m) E DP(n,m)
%
%
P(1,1)=cos(th);
P(1,2)=sin(th);
P(2,1)=cos(th).*P(1,1)-K(2,1);
% Implementato chiamerebbe un P(0,1)
inesistente
P(2,2)=cos(th).*P(1,2);

```

```

P(2,3)=sin(th).*P(1,2);
for n=3:6
    for m=1:n+1
        if m==n+1
            P(n,m)=sin(th).*P((n-1),(m-1));
        else
            if n==m
                P(n,m)=cos(th).*P((n-1),m);
            else
                P(n,m)=cos(th).*P((n-1),m)-K(n,m).*P((n-2),m);
            end
        end
    end
end
end
%
%
dP(1,1)=-sin(th);
dP(1,2)=cos(th);
dP(2,1)=cos(th).*dP(1,1)-sin(th).*P(1,1);
dP(2,2)=cos(th).*dP(1,2)-sin(th).*P(1,2);
dP(2,3)=sin(th).*dP(1,2)+cos(th).*P(1,2);
for n=3:6
    for m=1:n+1
        if m==n+1
            dP(n,m)=sin(th).*dP((n-1),(m-1))+cos(th).*P((n-1),(m-1));
        else
            if n==m
                dP(n,m)=cos(th).*dP((n-1),m)-sin(th).*P((n-1),m);
            else
                dP(n,m)=cos(th).*dP((n-1),m)-sin(th).*P((n-1),m)-K(n,m).*dP((n-
2),m);
            end
        end
    end
end
end
%
%
%   CALCOLO FINALE DEL CAMPO MAGNETICO IN COORDINATE SFERICHE
%
%
Br=0;
Bth=0;
Bph=0;
for n=1:6
    for m=1:(n+1)
        Br=Br+(((a/r).^(n+2)).*(n+1)).*(g(n,m).*cos((m-1).*ph)+h(n,m).*sin((m-
1).*ph)).*P(n,m);
        Bth=Bth+((a/r).^(n+2)).*(g(n,m).*cos((m-1).*ph)+h(n,m).*sin((m-
1).*ph)).*dP(n,m);
        Bph=Bph+((a/r).^(n+2)).*(m.*(-g(n,m).*sin((m-1).*ph)+h(n,m).*cos((m-
1).*ph)).*P(n,m));
    end
end
end
%
%
Bth=-Bth; % rendo negativo perche' nel Wertz
il segno era fuori dalla sommatoria
Bph=-Bph./sin(th); % rendo negativo e divido perche'
nel Wertz il termine era fuori dalla sommatoria
Br=(10^(-9)).*Br; % [Tesla] tutti i dati relativi al campo
magnetico terrestre sul Wertz sono in nT
Bth=(10^(-9)).*Bth; % [Tesla]
Bph=(10^(-9)).*Bph; % [Tesla]

```

```

%
%
%   RAPPRESENTAZIONE DEL CAMPO MAGNETICO IN ASSI EQUATORIALI X1Y1Z1
%
%
Bx1=(Br.*cos(delta)+Bth.*sin(delta)).*cos(alfa)-Bph.*sin(alfa);
By1=(Br.*cos(delta)+Bth.*sin(delta)).*sin(alfa)+Bph.*cos(alfa);
Bz1=Br.*sin(delta)-Bth.*cos(delta);
Bxyz1=[Bx1;By1;Bz1];
%
%
%   RAPPRESENTAZIONE DEL CAMPO MAGNETICO IN ASSI TERRESTRI XYZ
%
%
i_orb=(pi/180).*98.82;           % [rad]   inclinazione dell'orbita
rispetto l'equatore terrestre
asc_orb=(pi/180).*9.29;         % [rad]   ascensione retta del nodo
ascendente rispetto al punto di Ariete
%
%
Ai=[cos(i_orb) 0 -sin(i_orb);
    0 1 0;
    sin(i_orb) 0 cos(i_orb)];
%
%
Aasc=[1      0      0;
      0 cos(asc_orb) sin(asc_orb);
      0 -sin(asc_orb) cos(asc_orb)];
%
%
Atot=Aasc*Ai;
Bxyz=(Atot)*(Bxyz1);
%
%
%   RAPPRESENTAZIONE DEL CAMPO MAGNETICO IN ASSI LOCALI UVW
%
%
Axyz_uvw=zeros(3,3);
Axyz_uvw(1,1)=cos(psi).*cos(theta);
Axyz_uvw(2,1)=-sin(theta);
Axyz_uvw(3,1)=sin(psi).*cos(theta);
Axyz_uvw(1,2)=cos(psi).*sin(theta).*cos(phi)+sin(psi).*sin(phi);
Axyz_uvw(2,2)=cos(theta).*cos(phi);
Axyz_uvw(3,2)=sin(theta).*sin(psi).*cos(phi)-cos(psi).*sin(phi);
Axyz_uvw(1,3)=cos(psi).*sin(theta).*sin(phi)-cos(phi).*sin(psi);
Axyz_uvw(2,3)=cos(theta).*sin(phi);
Axyz_uvw(3,3)=sin(psi).*sin(theta).*sin(phi)+cos(psi).*cos(phi);
%
%
Buvw=(Axyz_uvw)*(Bxyz);
%
%
%   DETERMINAZIONE DELLE COPPIE IN ASSI LOCALI
%
%
MB=ProdVett([Du,Dv,Dw,Buvw]); % deriva dalla formula M_magn = (Bint_sat) vett
(B_terr) % tra il campo magnetico interno al
satellite e quello terrestre
%
%
v=[MB;Bxyz;Buvw;Br;Bph;Bth];

```

## radsol.m

```
function M_sol=RadSol(u)
%
%
%   Calcola la coppia dovuta alla pressione di radiazione solare. Si considera
il sistema Terra - Sole all'equinozio
%   di primavera e l'asse maggiore dell'orbita del satellite ortogonale alla
congiungente Terra - Sole; l'asse Y e' diretto
%   verso il punto Vernale mentre l'asse x e' diretto nella direzione
estate_inverno. Il sole poi "si sposta" di 1 deg/giorno.
%   Si confonde la congiungente Terra - Sole con quella satellite - Sole.
%
%   phi, theta e psi sono gli angoli di Eulero per una parametrizzazione 231.
%   xCG, yCG e zCG sono le coordinate del satellite nel sistema terrestre,
mentre t e' il tempo trascorso dall'equinozio di primavera.
%
%
u_cg=u(1);           % [Km]
v_cg=u(2);           % [Km]
w_cg=u(3);           % [Km]
phi=u(4);            % [rad]
theta=u(5);          % [rad]
psi=u(6);            % [rad]
time=fix(u(7)/(24*60*60)); % [giorni trascorsi]
%
%
global incsole;
global Rfot;
global Rter;
global c;
global Fe0;
global cs;
global cd;
global A1;
global A2;
global d;
global rsc;
global hcs;
    rsc=0.6;           % [m]           raggio geometrico del satellite
    hsc=3.7;           % [m]           altezza geometrica del satellite
%
%
Rfot=6.9599e5;       % [Km]           raggio della fotosfera
Rter=6371.2;         % [Km]           raggio medio terrestre
c=2.99792458e8;     % [m/s]         velocita' della luce
Fe0=1.05*(1358/(1.0004-0.0334)); % [Watt/m2]     costante solare al perielio
cs=0.3;              %                   coefficiente di riflessione
speculare
cd=0.1;              %                   coefficiente di riflessione
diffusa
A1=2*rsc.*hsc.*pi;  % [m2]           area laterale del satellite
A2=pi.*(rsc.^2);    % [m2]           area della base del satellite
d=0.05;              % [m]           spostamento del baricentro per
avere M_sol
%
%
w=[0;0;1];          %                   asse w locale
%
%
%   SDR ECLITTICA ---> ASSI TERRESTRI ---> ASSI LOCALI
%
```

```

%
%   Le coppie dovute alla radiazione solare vengono calcolate nel sistema
degli assi locali. Pertanto si
%   lascia inalterato w=[0;0;1], mentre si deve ruotare il vettore Terra -
Sole.
%   Si ricordi che gli assi terrestri sono stati definiti: X nel piano
orbitale diretto come la radiale,
%   Y nel piano orbitale diretto opposto al punto d'Ariete, Z perpendicolare
al piano orbitale e destrorso;
%   ne consegue che il vettore TS verra' inizialmente calcolato nel piano
dell'eclittica, ruotato nel piano
%   equatoriale terrestre, ruotato in assi terrestri tenendo conto sia
dell'inclinazione dell'orbita
%   sull'equatore terrestre sia dell'ascensione retta del nodo ascendente
%
%
angle=(pi/180).*time;           % [rad]
%
%
TSecl=[-sin(angle);-cos(angle);0]; %           vettore Terra - Sole nel piano
dell'eclittica
incsole=-23.4392911*(pi/180);    % [rad]
i_orb=(pi/180).*98.82;          % [rad]      inclinazione del piano
dell'orbita rispetto al piano terrestre equatoriale
asc_orb=(pi/180).*9.29;         % [rad]      ascensione retta del nodo
ascendente rispetto al punto di Ariete
%
%
Ai=[cos(incsole+i_orb) 0 -sin(incsole+i_orb);
    0 1 0;
    sin(incsole+i_orb) 0 cos(incsole+i_orb)];
%
%
Aasc=[1      0      0;
      0 cos(asc_orb) sin(asc_orb);
      0 -sin(asc_orb) cos(asc_orb)];
%
%
Axyz_uvw=zeros(3,3);
Axyz_uvw(1,1)=cos(psi).*cos(theta);
Axyz_uvw(2,1)=-sin(theta);
Axyz_uvw(3,1)=sin(psi).*cos(theta);
Axyz_uvw(1,2)=cos(psi).*sin(theta).*cos(phi)+sin(psi).*sin(phi);
Axyz_uvw(2,2)=cos(theta).*cos(phi);
Axyz_uvw(3,2)=sin(theta).*sin(psi).*cos(phi)-cos(psi).*sin(phi);
Axyz_uvw(1,3)=cos(psi).*sin(theta).*sin(phi)-cos(phi).*sin(psi);
Axyz_uvw(2,3)=cos(theta).*sin(phi);
Axyz_uvw(3,3)=sin(psi).*sin(theta).*sin(phi)+cos(psi).*cos(phi);
%
%
versTSorb=(Axyz_uvw)*Aasc*Ai*TSecl; %           questo e' proprio il passaggio
per portare TSecl negli assi locali
vettTSorb=1.495978e8.*versTSorb; %           vettore Terra - Sole tenendo
conto del modulo della distanza (1 U.A.) in Km
dp=[-u_cg;-v_cg;-w_cg]; % [Km]           vettore sat - Terra
ros=asin(Rfot./norm(vettTSorb)); % [rad]      raggio angolare del Sole
rop=asin(Rter./norm(dp)); % [rad]      raggio angolare della Terra
th=acos((versTSorb'*dp)/(norm(dp))); % [rad]      angolo di separazione apparente
Sole - Terra
%
%           %           calcolato partendo dalla formula
a(vett) scalare b(vett)=a*b*cos(th)
%
%

```

```

global z1; % parte deputata alla possibile
eclisse. Nella simulazione si è impostato
global z2; % l'orologio in modo che l'eclisse
non si verifichi.
z1=rop-ros; % possono essere richiamate a fine
simulazione in Matlab
z2=th; % per verificare se avviene
l'eclisse
%
%
% CALCOLO DELLA RADIAZIONE SOLARE NEL SISTEMA LOCALE
%
%
if (rop-ros)>th % condizione di eclisse totale
    Fe=0; % [Watt/m2]
else % condizione di luce
    Fe=Fe0; % [Watt/m2]
end
%
%
p=Fe/c; % [N/m2]
alfaw=acos(versTSorb'*w); % [rad] angolo fra asse di beccheggio
(asse di simmetria geometrica del satellite) e direzione
% sat - Sole calcolato partendo
dalla formula a(vett) scalare b(vett)=a*b*cos(th)
%
%
Fsol_uvw=-p.*(((sin(alfaw).*(1+(1/3).*cs)+(pi/6).*cd).*A1+(1-
cs).*cos(alfaw).*A2).*versTSorb...
+((-4/3).*cs.*sin(alfaw)-(pi/6).*cd).*cos(alfaw).*A1...
+2.*(cs.*cos(alfaw)+(1/3).*cd).*cos(alfaw).*A2).*w); % [N]
%
%
% Il centro di massa e' rispetto al centro geometrico rp=[0;0;d], da cui
%
%
M_sol=[Fsol_uvw(2).*d;-Fsol_uvw(1).*d;0;z1;z2]; % [N m]

```

## Controllo.m

```

function v=controllo(u);
%
%
% Ricava i valori dei momenti delle ruote degli attuatori e quindi,
% note le inerzie degli attuatori,
% le velocita' angolari degli attuatori stessi
%
%
A_Sens=zeros(3,3);
A_Sens(1,1)=u(1);
A_Sens(2,1)=u(2);
A_Sens(3,1)=u(3);
A_Sens(1,2)=u(4);
A_Sens(2,2)=u(5);
A_Sens(3,2)=u(6);
A_Sens(1,3)=u(7);
A_Sens(2,3)=u(8);
A_Sens(3,3)=u(9);
%

```

```

%
A_Nodist=zeros(3,3);
A_Nodist(1,1)=u(10);
A_Nodist(2,1)=u(11);
A_Nodist(3,1)=u(12);
A_Nodist(1,2)=u(13);
A_Nodist(2,2)=u(14);
A_Nodist(3,2)=u(15);
A_Nodist(1,3)=u(16);
A_Nodist(2,3)=u(17);
A_Nodist(3,3)=u(18);
%
%
Wu=u(19);
Wv=u(20);
Ww=u(21);
%
%
Aerr=A_Sens*((A_Nodist)');
%
%
%   Viene risolta l'equazione dell'oscillatore armonico
%    $I * (\text{alfa2pti}) + Kd * (\text{alfapto}) + Kp * \text{alfa} = 0$ 
%   essendo la pulsazione naturale  $Kp = (Wn)^2 * I$  e la
%   frequenza di smorzamento  $Kd = 2 * \text{epsi} * Wn * I$ 
%
global epsi
global velo
epsi=0.707;
Wn=.5*0.0001026;
global Iu;
global Iv;
global Iw;
Iu=1022.8225;           % [Kg*m2]
Iv=1022.8225;         % [Kg*m2]
Iw=229.16;            % [Kg*m2]
%
%
Kp=(Wn)^2;
Kd=150.*epsi.*Wn;
%
%
MCu=(0.5).*Kp.*Iu.*(Aerr(2,3)-Aerr(3,2))+Kd.*Iu.*Wu;
MCv=(0.5).*Kp.*Iv.*(Aerr(1,3)-Aerr(3,1))+Kd.*Iv.*Wv;
MCw=(0.5).*Kp.*Iw.*(Aerr(1,2)-Aerr(2,1))+Kd.*Iw.*Ww;
%
%
v=[MCu;MCv;MCw];

```